

# Aristoxeno: del punto, a la línea, a la *dynamis*



Víctor Adán

Doctorando en composición, Columbia University

Horizonte

Aristoxeno es considerado uno de los teóricos de la música más importantes e influyentes de la antigüedad. Los dos aspectos del *Elementa harmonica* que han sido más discutidos y analizados son su concepción aristotélica de la ciencia de la armonía y su representación del espacio de alturas, el cual parece implicar un temperamento igual. Existen, sin embargo, otros aspectos del tratado que merecen más atención. En este texto analizamos los conceptos de *genus* y *dynamis* y sus implicaciones para las nociones musicales básicas de nota y escala, de las cuales derivamos definiciones generales. Como prueba de concepto concluimos con un breve análisis musical que pone en práctica dichas definiciones.

*Aristoxenus is considered one of the most important music theorists of antiquity. The two aspects of his Elementa harmonica that have been most discussed are his aristotelian approach to the study of harmony and his geometric conception of pitch space. There are, however, other aspects of the text that deserve more attention. In this article we explore the concepts of genus and dynamis and their implications for the notions of note, interval and scale, for which we derive generalized definitions. As a proof of concept we present a short musical analysis that implements such definitions.*

Palabras clave (*keywords*): Aristroxeno, género, nota, escala, percepción, modelo, difuso, potencial.

## Introducción

El trabajo teórico de *Aristoxeno*<sup>1</sup> contenido en el *Elementa harmonica* ha sido considerado importante por un par de razones principalmente. La primera es que, en contraste con el enfoque pitagórico –al cual se le atribuye un carácter místico-físico-matemático–, Aristroxeno basa su teoría musical en la percepción independientemente de las propiedades físicas –no subjetivas– del sonido. La segunda es su

concepción del espacio de alturas, la cual parece implicar un temperamento igual.<sup>2</sup> Ambos aspectos tienen antecedentes. Aristroxeno debe su concepción geométrica del espacio de alturas a quienes él mismo denomina *harmonikoi*. Como señala Barker,<sup>3</sup> los *harmonikoi* ya tenían

<sup>1</sup> En español, ambos Aristroxeno y Aristógenes, se emplean para referirse al filósofo y músico cuyo trabajo abordamos en estas páginas. Aquí utilizamos Aristroxeno dado que esta forma parece ser la más común (en [www.google.com](http://www.google.com), la búsqueda de "Aristoxeno (músico OR música)" arroja 2420 sitios en español, mientras que "Aristógenes (músico OR música)" arroja 1030).

<sup>2</sup> Esta concepción, aunada a la ausencia de una referencia absoluta para la definición de magnitudes de intervalos, ha sido motivo de cierta controversia. Ver Monzo, "The Measurement of Aristoxenus's Divisions of the Tetrachord", 1999; Barbera, "Arithmetic and Geometric Divisions of the Tetrachord", *Journal of Music Theory*, 21 (2) Autumn 1977, 294–323; Litchfield, "Aristoxenus and Empiricism: A Reevaluation based on his Theories", *Journal of Music Theory*, 32 (1) Spring 1988, pp. 51–73.

<sup>3</sup> Barker, *Greek Musical Writings: Harmonic and Acoustic Theory*, volume 2, Cambridge University Press, 2004, p. 124.

una concepción del espacio de alturas análoga a la que presenta Aristoxeno. En particular, la *katapyknōsis* (compresión) parece haber sido la proyección de una o más escalas (*syntēmata*) sobre una sola línea marcada por subdivisiones iguales correspondientes a una unidad mínima común a todas las escalas. En el primer libro del *Elementa harmonica*, Aristoxeno escribe:<sup>4</sup>

La continuidad no debe buscarse en la forma en la que los *harmonikoi* buscan exponerlo en sus compresiones [*katapyknōsis*] de los diagramas, mostrando como sucesivas las notas que resultan estar separadas unas de otras por el intervalo más pequeño. (27.36)<sup>5</sup>

En cuanto a la forma del conocimiento y su base en la percepción, Aristoxeno escribe:

Cada una de estas descripciones [del movimiento continuo y por intervalos] debe entenderse con respecto a la representación de la percepción. El que sea de hecho posible o imposible que la voz se mueva y después se detenga en un solo grado es una cuestión que pertenece a otro tipo de investigación, y para el propósito de la ciencia que nos concierne ahora, una explicación de en qué consiste cada uno de los dos movimientos es innecesaria. La verdad en relación a esto no hace ninguna diferencia en cuanto a cómo distinguimos el movimiento melódico de la voz de movimientos de otro tipo. (9.02)

En la cita anterior, Aristoxeno nos habla de lo que es relevante a la ciencia de la armonía en lo que concierne al movimiento de la voz específicamente. Encontramos un pasaje con argumentos similares en el segundo libro del mismo tratado:

Tratamos de dar demostraciones que se ajustan a las apariencias, no a la manera de nuestros predecesores, algunos de los cuales utilizaron argumentos bastante ajenos al tema, descalificando a la percepción como inexacta e inventando explicaciones teóricas, y diciendo que es de las proporciones entre números y velocidades relativas de donde surgen lo agudo y lo grave. Sus explicaciones son totalmente ajenas y están en total conflicto con las apariencias. (32.18)<sup>6</sup>

<sup>4</sup> A menos que se indique lo contrario, todas las citas de Aristoxeno vienen de Barker, (*Greek Musical Writings: Harmonic and Acoustic Theory*, volume 2, 2004), y se presentan en mi traducción.

<sup>5</sup> *Ibid.*, p. 145.

<sup>6</sup> *Ibid.*, p. 149.

Aristoxeno también nos da una clara caracterización del método que debe seguirse para llevar a buen fin el estudio de la Armonía al afirmar lo siguiente:

Este estudio no podrá completarse con éxito a menos que las tres condiciones que mencionaré a continuación se cumplan. Primero, que las apariencias sean percibidas con exactitud; segundo, que las primeras sean discriminadas correctamente de aquéllas que son derivadas; y tercero, que lo que se concluye y está implícito sea visto conjuntamente de la manera apropiada. (43.30)<sup>7</sup>

En este sentido, Aristóteles es sin duda la influencia más directa. En *Segundos analíticos*, Aristóteles escribe:

Asumiendo entonces que mi tesis en relación a la naturaleza del conocimiento científico es correcta, las premisas de conocimiento demostrado deben ser verdaderas, primarias, inmediatas, mejor conocidas que y anteriores a la conclusión, la cual está además relacionada a ellas como el efecto a la causa. A menos que estas condiciones se satisfagan, las verdades básicas no serán “apropiadas” para la conclusión. Puede haber, sí, silogismos sin estas condiciones, pero estos silogismos [...] no serán demostraciones.<sup>8</sup>

Mientras estos aspectos del *Elementa harmonica* son sin duda importantes e interesantes, existen otros también dignos de atención. La sofisticación progresiva de conceptos musicales fundamentales a lo largo de los libros del *Elementa harmonica*, como por ejemplo nota e intervalo, podría ser tema de varios estudios. La discusión de los géneros (*genera*) en el mismo texto es tan explícita y clara que no puede pasar de largo. Sin embargo, ninguno de los escritos aquí citados hace de los géneros un punto central de discusión.

Aquí nos concentramos en investigar una noción peculiar de nota derivada de la descripción aristoxénica de los géneros como conjuntos de rangos de alturas, y de la noción de *dynamis* introducida en el segundo libro. A partir del análisis de estos conceptos derivamos definiciones precisas de nota, intervalo y escala. Como prueba de concepto concluimos con un breve análisis musical en el cual expandimos y aplicamos las definiciones dadas. Con este fin, la discusión que Aristoxeno hace sobre los “principios” de lo propiamente melódico será abordada sólo en la medida en que ayude a entender los conceptos de nota, intervalo, escala y género (*genus*).

<sup>7</sup> *Ibid.*, p. 159.

<sup>8</sup> Aristóteles, *Segundos analíticos*.

## Biografía

Aristoxeno nació en Tarento alrededor del año 360 A.C. Estudió música con Spintaro, su padre, y con Lampro de Erythrae en Mantinea. Después se mudó a Atenas, donde estudió con el filósofo pitagórico Xenófilo y con Aristóteles.<sup>9</sup> De acuerdo con la antigua enciclopedia *Souda* (s. X), Aristoxeno escribió 453 textos sobre una gran variedad de temas: biografía, filosofía, teología, historia y música. De todos sus escritos sólo tenemos fragmentos citados aquí y allá en textos de otros autores, con excepción de dos trabajos: el *Elementa harmonica* y el *Elementa rhythmica*. Ninguno de los dos está completo, pero hay suficiente información en ellos para darnos una buena idea de su pensamiento musical.

## Relación entre los libros del *Elementa harmonica*

El *Elementa harmonica*, como lo conocemos ahora, está compuesto de tres libros. Hay aún algo de controversia sobre si los tres son parte de un mismo proyecto o si son independientes.<sup>10</sup> Según el consenso general, el primer libro parece ser un trabajo independiente, mientras que los Libros II y III formarían parte de un solo proyecto. Un argumento en favor de esta idea es que los dos primeros tienen bastante material en común, incluyendo una introducción de carácter muy parecido. En ambas introducciones, Aristoxeno delimita la ciencia de la Armonía, enumera los elementos que forman parte de su estudio y critica el trabajo de sus predecesores.

Parece claro que el Libro I es anterior al Libro II. El primero presenta una serie de definiciones de conceptos básicos como el “movimiento de la voz”, intervalo, nota, tensión y relajación, que no aparecen en el Libro II, donde encontramos la noción de *dynamis*, ausente en el Libro I, así como una exposición explícita del método con el que se debe abordar el estudio de la armonía.

## Lectura

Para entrar propiamente en materia, abordaremos el texto del Libro I comenzando con las definiciones preliminares necesarias para el estudio de la Armonía.<sup>11</sup> De ahí seguiremos el desarrollo del texto hasta el punto en el que no necesitemos

seguirlo más para derivar definiciones generalizadas de nota, intervalo y escala.

Aristoxeno comienza haciendo una distinción entre dos tipos de movimiento: continuo y de intervalos, o discontinuo.

En la forma continua la voz da la impresión de atravesar un espacio [*topos*] sin detenerse jamás, incluso en los extremos, moviéndose continuamente hasta el punto de silencio; esto es así al menos en lo concerniente a su representación en la percepción. Mientras que en la otra [forma de movimiento], la cual llamamos de intervalos, [la voz] parece moverse en la forma opuesta. Durante su curso se detiene en una altura y después en otra: hace esto [...] pasando sobre el espacio acotado por las alturas, pero llegando a detenerse sólo en las alturas mismas y sonándolas sólo a ellas, y esto se describe como canto, y decimos que su movimiento es a intervalos. (8.20)<sup>12</sup>

Después Aristoxeno define altura: “algo como la estabilidad de la voz, o su quietud.” (12.0)<sup>13</sup>

Tras discutir las extensiones de la voz, Aristoxeno nos da su primera y única definición explícita de nota. Aquí las traducciones de Barker, Macran y Mathiesen muestran interpretaciones ligeramente diferentes, por lo que citamos las tres:

- [...] una nota es la incidencia de la voz sobre una altura.<sup>14</sup>
- [...] es la incidencia de la voz sobre un punto de altura.<sup>15</sup>
- [...] la caída de la voz sobre una altura es una nota.<sup>16</sup>

En una primera lectura, la definición parece sugerir que, mientras que la altura es la noción abstracta de estabilidad o ausencia de movimiento, una nota es la concreción de una altura por medio de la voz –ya sea la voz humana o cualquier otro instrumento. Sin embargo Aristoxeno añade en seguida el siguiente enunciado:

- [...] pues es cuando la voz parece estar fija en una altura que se considera que hay una nota capaz de ser puesta [en una posición] dentro de una melodía propiamente armónica.<sup>17</sup>

<sup>9</sup> Mathiesen, *Apollo's Lyre: Greek Music and Music Theory in Antiquity and the Middle Ages*, 1999, p. 294.

<sup>10</sup> Barker, *op. cit.*, p. 120.

<sup>11</sup> Hay que notar que la concepción contemporánea de armonía – estudio de las relaciones de verticalidad entre varios sonidos – es muy diferente de la concepción que Aristoxeno tiene del mismo término. Para Aristoxeno, lo “armónico” está relacionado con la sintaxis melódica. La Armonía busca descubrir los principios melódicos que distinguen lo “musical” de lo “no musical” con base en la percepción. Véase *Principios melódicos* más adelante.

<sup>12</sup> Barker, *op. cit.*, p. 132.

<sup>13</sup> *Ibid.*, p. 134.

<sup>14</sup> *Ibid.*, p. 136.

<sup>15</sup> Macran, *The harmonics of Aristoxenus*, 1902, p. 176.

<sup>16</sup> Mathiesen, *op. cit.*, p. 306.

<sup>17</sup> Barker, *op. cit.*, p. 136.

- Cuando la voz parece permanecer estacionaria en una altura, tenemos una nota capaz de tomar un lugar en una melodía.<sup>18</sup>
- Parece ser una nota como tal porque está ordenada en un *melos* y se ubica armónicamente sobre una sola altura. Esto es una nota.<sup>19</sup>

Las traducciones de Barker y Macran son equivalentes. La de Mathiesen, sin embargo, difiere algo en la interpretación. En Macran y Barker se entiende que es suficiente que la voz permanezca estacionaria en una altura para que exista una nota y para que ésta forme parte de una melodía. En la traducción de Mathiesen, es también necesario que la voz se encuentre en un contexto melódico.<sup>20</sup> De cualquier manera, en ambas lecturas Aristoxeno parece implicar que para conceptualizar un sonido [φθογγος] como parte de una construcción musical es necesario que la voz permanezca fija en una altura. Pero para Aristoxeno la nota implica más de lo que nos da en esta definición, como se verá más adelante.

Tras haber definido la nota, Aristoxeno define intervalo (*diastēma*) como:

[...] aquello que está acotado por dos notas que no tienen la misma altura, dado que un intervalo parece ser, a grandes rasgos, la diferencia entre alturas, y un espacio capaz de albergar notas más altas que la más baja de las alturas que lo acotan, y más bajas que la más alta de ellas. (15.22)<sup>21</sup>

El intervalo parece estar definido como una *magnitud*, la cual puede representarse con un solo número, por ejemplo, un racional. Pero como se verá más adelante, la concepción de Aristoxeno de intervalo –así como de nota– implica también más de lo que nos ofrece en esta definición. Aristoxeno después define escala (*systema*) brevemente como “algo compuesto de más de un intervalo (16.00).”<sup>22</sup>

Inmediatamente después dice que los intervalos deben clasificarse “en tantas clases útiles como permita su naturaleza (16.20).”<sup>23</sup> Las categorías que sugiere son las siguientes: magnitud, concordancia / discordancia, compuesto / no compuesto, género y racional / irracional. No hay discusión alguna sobre

intervalos racionales / irracionales en lo que sobrevive del *Elementa harmonica*. La magnitud de los intervalos es clara y ya la hemos mencionado. La concordancia o discordancia de un intervalo depende de su magnitud, como señala Aristoxeno en el segundo libro:

Las dos características de intervalos que parecen ser mejor conocidas son la magnitud y la diferencia entre concordancia y discordancia, aunque la segunda característica está incluida en la primera, ya que cualquier intervalo concordante difiere en magnitud de cualquier intervalo discordante. (44.30)<sup>24</sup>

La noción de concordancia / discordancia no añade información, pues ésta deriva de la magnitud. Las dos categorías restantes, lo compuesto / no compuesto y el género, sí son propiedades o características nuevas que no resultan de la magnitud. Más adelante discutiremos el género. La distinción entre compuesto y no compuesto depende de las notas que acotan un intervalo:

Un intervalo no compuesto es aquel que está acotado por notas sucesivas. Si las notas que acotan un intervalo son sucesivas, entonces no hay nota que quede fuera; si no hay nota que quede fuera, ninguna intervendrá; si ninguna interviene, ninguna dividirá el intervalo; y lo que no admite división no será compuesto. (60.10)<sup>25</sup>

Lo anterior quiere decir que un intervalo no compuesto es indivisible melódicamente. Es claro que un intervalo cualquiera es infinitamente divisible en el espacio continuo de alturas, pero sólo en tanto que magnitud en abstracto, no como intervalo melódico. Dentro de una escala melódica concreta, como aquella compuesta de *hypatē*, *parhypatē*, *lichanos* y *mesē*,<sup>26</sup> el intervalo entre *hypatē* y *parhypatē* siempre será no compuesto dado que no existe una nota intermedia que lo divida en dos. Por otro lado, el intervalo entre *hypatē* y *mesē* siempre será compuesto dado que *parhypatē* y *lichanos* lo dividen.<sup>27</sup> Es claro entonces que los intervalos son más que meras magnitudes, es decir, diferencias entre alturas.

Antes de comenzar con la investigación de la “naturaleza” de la melodía, Aristoxeno debe definir aún una serie de

<sup>18</sup> Macran, *op. cit.*, p. 176.

<sup>19</sup> Mathiesen, *op. cit.*, p. 306.

<sup>20</sup> *Idem*. Mathiesen señala al pie de página que Aristoxeno no dice que una nota es capaz de ocupar una posición en un *melos* cuando la voz está fija en una altura, sino que es una nota porque está en una altura determinada que ocupa un lugar en un *melos*.

<sup>21</sup> Barker, *op. cit.*, p. 136.

<sup>22</sup> *Idem*.

<sup>23</sup> *Ibid.*, p. 137.

<sup>24</sup> *Ibid.*, p. 159.

<sup>25</sup> *Ibid.*, p. 172.

<sup>26</sup> Más adelante, en la sección *Los géneros*, abordamos las notas griegas con más detalle.

<sup>27</sup> En términos más actuales diríamos que dentro de la escala de Do mayor, por ejemplo, el intervalo (Do, Re) es no compuesto dado que no existe ninguna otra nota entre ellas. Por contraste, el intervalo (Do, Fa) sí es compuesto, ya que Re y Mi lo dividen.

correspondencias entre magnitudes de intervalos, las cuales servirán de referencia para su búsqueda. En este sentido, define un tono como “la diferencia en magnitud entre los primeros dos intervalos consonantes (21.20).”<sup>28</sup> Aprendemos del segundo libro que los primeros dos intervalos consonantes son los llamados cuarta y quinta. Tres fracciones de tono también se definen:

El tono ha de dividirse de tres maneras, pues la mitad, la tercera parte y la cuarta parte de éste deben considerarse melódicos. [...] Llamemos al más pequeño de ellos la *diesis* enarmónica menor, el siguiente la *diesis* cromática menor y el mayor de ellos el semitono. (21.24)<sup>29</sup>

Aristoxeno también dice en los dos primeros libros que la cuarta es igual a dos y medio tonos (24.10, 46.00),<sup>30</sup> y en el Libro II que la octava es la suma de la cuarta y la quinta (45.12).<sup>31</sup> Los conceptos hasta ahora discutidos son todo lo que refiere a las definiciones preliminares del Libro I y lo que sigue a éstas es el estudio de la “naturaleza” de la melodía.

### Principios melódicos

Las dos preguntas fundamentales que Aristoxeno intenta contestar en el *Elementa harmonica* son: ¿Cuáles son las propiedades indispensables que una secuencia sonora debe tener para que ésta sea “armónica” (*to hermosmenon melos*), es decir, propiamente melódica? ¿Cuáles son los principios de lo melódico? En el Libro I Aristoxeno comienza por describir características “evidentes” muy generales que las secuencias sonoras deben tener para considerarse propiamente melódicas. Los primeros dos principios que Aristoxeno establece son:

- 1) una melodía debe estar compuesta de intervalos y no ser continua
- 2) el intervalo melódico más pequeño es la *diesis* enarmónica.

No obstante, es claro que ambas características no alcanzan a describir lo propiamente melódico:

Pero la melodía armónica [propiamente afinada] debe no sólo consistir de intervalos y notas: exige también una forma particular de ordenarlos, y no al azar, ya que la propiedad de estar constituida de notas e intervalos es muy general, y pertenece también a aquello que no es armónico. (18.18)<sup>32</sup>

En otras palabras, no todas las escalas son propiamente “musicales”.

### Los géneros

Otros principios importantes y más detallados forman parte del estudio de los géneros, presente en los dos primeros libros. Es en la caracterización de los géneros donde encontramos una de las ideas más originales de Aristoxeno y una concepción de nota más compleja que la de su definición preliminar. ¿Qué son los géneros? Aristoxeno sigue un método inductivo para darnos la respuesta. Para comenzar su análisis, propone basar su discusión en una configuración de notas particular la cual consiste de un tetracorde acotado por dos notas fijas *mesē* e *hypatē* abarcando el intervalo de cuarta, y dos notas móviles *lichanos* y *parhypatē* ubicadas entre las dos notas fijas.<sup>33</sup> Una vez definido el tetracorde de referencia, Aristoxeno procede a darnos los rangos de las dos notas móviles, *lichanos* y *parhypatē*:

Es obvio que son la tensión y la relajación de las notas, cuya naturaleza es moverse, las responsables de las diferencias entre los géneros; pero debemos decir cuál es el rango [*topos*] de movimiento de cada una de estas notas. El rango total en el que se mueve *lichanos* es un tono, pues nunca está a menos de un tono de *mesē*, ni a un intervalo mayor de dos tonos (22.24). [...] Acordemos entonces que el rango de *lichanos* es un tono, y el de *parhypatē* la *diesis* más pequeña, ya que nunca está más cerca de *hypatē* que una *diesis* y nunca está a más de un semitono de *hypatē*. Pues los rangos no se sobreponen, sino que el punto de encuentro es su límite; así, cuando *parhypatē* y *lichanos* alcanzan la misma altura mientras una es tensada y la otra relajada, ambos rangos hallan su límite; siendo el inferior aquel de *parhypatē* y el superior el de *lichanos*. (23.24)<sup>34</sup>

Aristoxeno no dice aquí que la voz se mueve dentro de un rango mientras suena, sino que una nota puede tener una variedad de alturas y seguir siendo la misma nota o el mismo tipo de nota; no existe una correspondencia biunívoca entre altura y nota, sino una relación de varios a uno entre éstas. (VER FIGURA 1)

<sup>28</sup> *Ibid.*, p. 140.

<sup>29</sup> *Ibid.*

<sup>30</sup> *Ibid.*, pp. 142 y 160.

<sup>31</sup> *Ibid.*, p. 160.

<sup>32</sup> *Ibid.*, p. 138.

<sup>33</sup> El tetracorde era de importancia capital en la teoría musical griega. Podemos trazar un paralelismo entre el tetracorde griego – abarcando un intervalo de cuarta– y la octava en la música clásica occidental. Mientras que los intervalos al interior de la octava pueden cambiar para así crear los distintos modos eclesiásticos, las notas que delimitan dichos modos forman siempre una octava. En este sentido podemos decir que las notas extremas son fijas mientras que las notas internas pueden moverse para crear los diversos modos.

<sup>34</sup> *Ibid.*, p. 141.



Esto establece los rangos para cada uno de los *lichanoi* pues todo *lichanos* más bajo que el cromático es enarmónico, todo *lichanos* más bajo que el diatónico hasta el cromático más bajo es cromático, y todo *lichanos* más bajo que el diatónico más alto hasta el diatónico más bajo es diatónico. Pues debe entenderse que los *lichanoi* son ilimitados en número. Donde quiera que se encuentre la voz dentro del rango que contiene el *lichanos* será un *lichanos*, y no hay ningún lugar en el rango del mismo que esté vacío o sea incapaz de recibir un *lichanos*. Por lo tanto, la presente controversia no es de poca importancia. Otros discuten sólo respecto a los intervalos en cuestión, por ejemplo si el *lichanos* está a un bitono o si es más alto, como si no existiera más que un *lichanos* enarmónico. Pero nosotros no sólo decimos que hay más de un *lichanos* en cada género, sino que además son ilimitados en número. (26.09)<sup>37</sup>

Lo que Aristoxeno nos dice es que hay una infinidad de alturas que pueden considerarse *lichanos* y, más específicamente, *lichanos* enarmónico, cromático o diatónico. Es decir que el rango de movimiento de una nota puede entenderse como el conjunto de alturas afines, las cuales pueden todas recibir el mismo nombre y por lo tanto ser la misma nota.<sup>38</sup> En resumen, para Aristoxeno el aspecto relevante de las estructuras de alturas no radica en las magnitudes de los intervalos en sí, sino en las categorías perceptivas manifiestas en una serie de rangos de alturas y sus configuraciones. Las escalas no son conjuntos de alturas o de magnitudes de intervalos sino conjuntos de categorías derivadas de la percepción, las cuales se corresponden con rangos de alturas.

Hemos llegado al punto donde podemos hacer una primera definición de nota a partir de lo que plantea Aristoxeno. Definamos una *nota rango* **N** como el par ordenado de números reales  $(a, b)$ , donde  $a$  designa la cota inferior y  $b$  la cota superior del rango:

$$N = (a, b) = \{p \in \mathbb{R} : a < p < b\}$$

Hemos visto que un intervalo está formado por notas. Definamos entonces al intervalo sencillamente como un par ordenado de notas:

<sup>37</sup> Baker, *op cit.*, p. 144.

<sup>38</sup> En este sentido, una nota *lichanos* enarmónico es móvil en tanto que *lichanos*, pues puede moverse hacia arriba para convertirse en cromático sin dejar de ser un *lichanos*.

$$I = (N_1, N_2), \text{ con } N_1 \cap N_2 = \emptyset$$

Las notas **N**<sub>1</sub> y **N**<sub>2</sub> no deberán tener elementos en común si hemos de seguir estrictamente el modelo aristoxénico. Más adelante relajaremos este requerimiento.

La magnitud del intervalo, según Aristoxeno, existe sólo para alturas específicas. Dadas dos alturas  $p$  y  $q$ , definimos la magnitud del intervalo  $i_{pq}$  entre  $p$  y  $q$  como:

$$i_{pq} = |p - q|$$

Puesto que una nota es un conjunto de alturas, un intervalo **I** implica un conjunto de magnitudes de intervalo.

$$I = (N_1, N_2) \Rightarrow \{|p - q| : p \in N_1, q \in N_2, \forall p, q\}$$

Una escala es “algo compuesto por más de un intervalo.” La definición de Aristoxeno es demasiado general: no sabemos si los intervalos deben ser contiguos o si cualquier conjunto de intervalos puede ser una escala. Por sus escritos se entiende que una escala es un conjunto ordenado de intervalos contiguos no compuestos. Para simplificar, definamos la escala como un conjunto ordenado de notas –dado que una escala está compuesta por varios intervalos, y éstos por notas, la escala se integra implícitamente por notas.

$$S = (N_1, N_2, \dots, N_n), \text{ para } n > 2$$

Dado que tenemos alturas específicas y magnitudes de intervalos  $-i_{pq}-$  derivadas de éstas, definamos también una escala **S** compuesta de alturas específicas  $p_j$ :

$$s = (p_1, p_2, \dots, p_n), \text{ para } n > 2$$

Dentro de este marco vemos entonces que un matiz es una escala de tipo **s**, mientras que un género es una escala de tipo **S**. Con esto concluimos nuestras definiciones preliminares de nota, intervalo y escala. La definición de nota como rango nos lleva a pensarla no sólo como una categoría de percepción que puede surgir de una variedad de alturas, sino también, desde un punto de vista generativo, como un potencial de alturas; un potencial que se encuentra en un plano cognitivo y se concreta cuando la voz suena.

## Dynamis

La noción de nota como potencial de alturas no parece tan descabellada dado el uso prominente de la palabra *dynamis* [δύναμις] en el Libro II. Su inclusión no parece añadir una nueva idea, y más bien parece ser el resultado de una cristalización conceptual –aunque aún no total– de algunas

ideas ya presentes en el primer libro. Por desgracia el concepto nunca es definido con claridad. Sin embargo, su manejo en los Libros II y III es sugestivo, de ahí que vale la pena citar aquí todas las instancias de su uso –obsérvese que ambos Macran y Barker traducen *dynamis* como *función*–:

Una persona que pone signos para indicar intervalos no usa signos especiales para cada una de las distinciones que existen entre los intervalos –por ejemplo, para las varias divisiones de la cuarta producidas por las diferencias entre los géneros, o para las diversas distribuciones que se producen por la alteración del orden de los intervalos no compuestos. Diremos lo mismo sobre las funciones [*dynameis*]<sup>39</sup> propias de la naturaleza de los tetracordes, pues el intervalo de *nete hyperbolaia* a *nete* y aquél entre *mesē* e *hypatē* están escritos con el mismo signo, y los signos no distinguen las diferencias en relación a su función [*dynamis*]; de forma que su alcance se extiende sólo a las magnitudes y no más lejos. Pero dijimos al inicio que la mera discriminación entre magnitudes a través de los sentidos no ofrece una comprensión completa del tema, y lo que estamos a punto de decir hará este hecho aún más evidente. Pues de las magnitudes como tales, ningún conocimiento puede extraerse sobre las funciones [*dynameis*] de los tetracordes o las notas, o de la distinción entre géneros o, en breve, de la distinción entre compuesto y no compuesto, de lo simple y lo modulante, del estilo de composición melódica, o en una palabra, de nada más en absoluto. (40.04)<sup>40</sup>

Este fragmento aparece en un contexto en el que Aristoxeno critica la idea de que el estudio de la notación musical es suficiente para abarcar el estudio de la melodía en general. Dado que la notación musical sólo representa las magnitudes de los intervalos, su estudio resulta insuficiente pues hay muchas otras distinciones musicales que la notación no captura: una de ellas es la *dynamis*.

En general, nuestra ciencia estudia todo lo concerniente a la melodía musical, tanto la vocal como la instrumental. Su estudio depende en última instancia de dos cosas, el oído y la razón. A través del oído evaluamos las magnitudes de los intervalos, y a través de la razón aprehendemos sus funciones [*dynameis*]. (33.08)<sup>41</sup>

Los intervalos no son sólo magnitudes, como ya se vio. Además de los atributos ya mencionados, el intervalo parece también tener una *dynamis* (función). Obsérvese que, para Aristoxeno, la medición de los intervalos es una facultad del oído como aparato sensorial, mientras que la *dynamis* depende de una facultad cognitiva más compleja, necesariamente relacionada con la memoria, los modelos mentales y la imaginación de cada sujeto.

[...] pues vemos que *nete* y *mesē* son diferentes de *paranete* y *lichanos* con respecto a función [*dynamis*], así como lo son *paranete* y *lichanos* de *trite* y *parhypatē*, y éstos a su vez de *paramese* e *hypatē*, razón por la cual los miembros de cada par reciben sus propios nombres particulares: pero el intervalo en cada caso es el mismo, la quinta. (47.30)<sup>42</sup>

De nuevo, los intervalos en Aristoxeno no se caracterizan solamente por sus magnitudes, sino también por su *dynamis*, la cual parece depender de las notas que acotan un intervalo dado.

Además, no debemos olvidar que el conocimiento musical implica la aprehensión simultánea de una cosa que permanece constante y otra que cambia [...] Por ejemplo, percibimos diferencias de géneros cuando las notas extremas permanecen fijas mientras que las intermedias cambian: o de nuevo, mientras las magnitudes [de los intervalos] permanecen constantes llamamos de una manera al intervalo entre *hypatē* y *mesē*, y de otra a aquél entre *paramese* y *nete* pues las funciones [*dynameis*] de las notas pueden cambiar mientras que las magnitudes permanecen constantes. (32.02)<sup>43</sup>

En este caso la magnitud de los intervalos acotados por las notas *hypatē* y *mesē* por un lado, y *paramese* y *nete* por otro, es la misma. Dado que el rango de movimiento de cada una de estas notas es cero –son notas fijas–, parece ser que la *dynamis* depende del contexto de cada una de las notas dentro de la escala total.

Dado que los intervalos por sí solos son insuficientes para darnos un entendimiento de las notas –cada magnitud de intervalo, en general, siendo común a varias funciones [*dynameis*]–, la tercera parte de la ciencia debe ser aquella que estudia las notas y explica cuántas hay, y de qué manera se reconocen,

<sup>39</sup> *dynameis*: plural de *dynamis*.

<sup>40</sup> *Ibid.*, p. 156.

<sup>41</sup> *Ibid.*, p. 150.

<sup>42</sup> *Ibid.*, p. 161.

<sup>43</sup> *Ibid.*, p. 149.

si son alturas, como la mayoría de la gente supone, o funciones [*dynameis*], y además qué es una función [*dynamis*]. (36.02) <sup>44</sup>

Aquí Aristoxeno dice claramente que las notas no son alturas –o siquiera “la incidencia de la voz sobre una altura”–, sino *dynameis*.

Cada uno de los géneros se mueve en relación a lo que la percepción entiende como su movimiento característico propio, usando no sólo una división del tetracorde, sino muchas. Por lo tanto, está claro que el género puede permanecer constante mientras las magnitudes cambian, pues hasta cierto punto el género no cambia (aunque las magnitudes sí) sino que permanece constante; y mientras éste permanece así es razonable suponer que las funciones [*dynameis*] de las notas lo hagan también. (49.04) <sup>45</sup>

De nuevo encontramos que el género y las *dynameis* de las notas están relacionados. En este párrafo Aristoxeno sugiere que la *dynamis* de las notas depende del género. Sin embargo, ¿De dónde vienen los rangos de cada género? ¿Cómo se establecieron? ¿Si los géneros y sus matices surgieron a partir de la percepción de los músicos, no es entonces la *dynamis* el origen de los géneros?

Ahora con respecto a las magnitudes de los intervalos y las alturas de las notas, la realidad de la melodía parece ser de alguna manera indeterminada, pero con respecto a sus funciones [*dynameis*], formas y posiciones, ellas parecen ser determinadas y ordenadas. (69.09) <sup>46</sup>

Si en el texto no hay una definición directa de *dynamis*, su uso, según se aprecia en las citas que hemos dado, parece apuntar directamente a la percepción, a la memoria y a la representación mental de los sonidos. Ambos, Macran y Barker, traducen *dynamis* como función. Recordemos, sin embargo, que la definición común del término es precisamente la de potencial; esto parece especialmente relevante dado que Aristóteles, maestro de Aristoxeno, escribió sobre dicho concepto en su *Metafísica*:

Poder o potencia se entiende del principio del movimiento o del cambio, colocado en otro ser, o en el mismo ser, pero en tanto que otro. Así, el poder de construir no se encuentra en lo que es

construido; el poder de curar, por lo contrario, puede encontrarse en el ser que es curado, pero no en tanto que curado. Por poder se entiende, ya el principio del movimiento y del cambio, colocado en otro ser, o en el mismo ser en tanto que otro; [...] Poderoso debe ser por tanto en primer lugar, lo que tiene el principio del movimiento o del cambio.<sup>47</sup>

Hemos hablado de la potencia motriz; ocupémonos del acto, y determinemos qué es el acto y cuáles son sus modos. Esta indagación nos llevará a demostrar que por potente no se entiende sólo lo que tiene la propiedad de mover otra cosa, o de recibir de ella el movimiento; movimiento propiamente dicho, o movimiento de tal o cual naturaleza, sino que tiene también otras significaciones, y fijaremos estas significaciones en el curso de esta indagación. El acto es, respecto a un objeto, el estado opuesto a la potencia: decimos, por ejemplo, que el Hermes está en potencia en la madera; que la mitad de la línea está en potencia en la línea entera, porque podría sacarse de ella. Se da igualmente el nombre de sabio en potencia hasta al que no estudia, si tiene la facultad de estudiar. Puede concluirse de estos diferentes ejemplos particulares lo que entendemos por acto, no precisamente para definirlo con exactitud, pues debemos a veces contentarnos con analogías.<sup>48</sup>

De forma similar, la nota puede considerarse una potencia –la posibilidad de que una altura exista en función de una representación y audición interna– y la altura –o más precisamente “la incidencia de la voz sobre una altura”–, el acto.

## Análisis

¿Son hoy relevantes las ideas de Aristoxeno? Irónicamente, sus principios melódicos –aquellos axiomas derivados de la percepción de lo musical– no pueden hoy tomarse más que como reglas de una sintaxis musical particular. Por contraste, sus concepciones de género y nota a partir de la *dynamis* tienen un grado de generalidad notable.

¿De qué forma podría hoy ser usado el modelo de Aristoxeno? ¿Qué utilidad podría tener el conceptualizar una escala musical en términos de rangos –o conjuntos de

<sup>44</sup> *Ibid.*, p. 152.

<sup>45</sup> *Ibid.*, p. 163.

<sup>46</sup> *Ibid.*, p. 180.

<sup>47</sup> Aristóteles, *Metafísica*, 1875, Libro 5, XII, p. 169, traducción de Patricio de Azcárate.

<sup>48</sup> *Ibid.*, Libro 9, VI, p. 258.

valores ordenados– en lugar de puntos fijos? El confrontarnos con una música oída, no escrita, de la cual sabemos poco, nos obliga a preguntarnos cuáles son las formas de organización del material musical, cuáles son los elementos importantes para el músico ejecutante, y cuál es la relación entre lo que el oyente percibe –su representación interna– y lo que el músico produce. Como prueba de concepto de la utilidad del modelo aristoxénico para el análisis musical, presentamos aquí una pequeña aplicación concreta. Dada una melodía con alturas definidas, una de las preguntas pertinentes en este contexto es ¿sobre qué escala está construida esta melodía o, más apropiadamente, cuál es la relación entre la escala oída y la señal acústica? Existe una variedad de formas de abordar esta pregunta. Para mantenernos dentro del método de Aristoxeno, dejaremos que nuestro oído determine el número de notas –o categorías de alturas– que esta melodía contiene. Sin embargo, automatizaremos el proceso de cálculo de los atributos exactos de cada nota.

La melodía que analizamos se titula *Berceuse* (arrullo) y forma parte del disco compacto *Chants de l'Aurès*;<sup>49</sup> Aïchi Houria canta a *capella*. La melodía tiene una buena cantidad de inflexiones continuas, algo que Aristoxeno muy probablemente habría considerado mal formado dada su insistencia en la estabilidad de la voz como principio melódico. Ignoramos aquí los principios melódicos de Aristoxeno, pues, como ya hemos señalado, éstos pertenecen a la sintaxis de una música antigua.

¿Cuáles son, entonces, las notas que componen la *Berceuse*? El arrullo está compuesto, principalmente, de cuatro categorías de alturas muy claras abarcando un intervalo de cuarta –tetracorde. Dicho tetracorde parece estar

constituido de las cuatro primeras notas de una escala mayor. Se escuchan también otras dos notas, una a cada extremo del tetracorde. Desde un punto de vista estadístico, éstas tienen menos peso y parecen funcionar más como notas sensibles alrededor del tetracorde central.

Una vez establecido el número de categorías de alturas contenidas en el arrullo y el aspecto general de su escala, procedemos a extraer la secuencia de alturas de la grabación para después calcular el espacio ocupado por cada una de las seis categorías. En el presente análisis obtuvimos las alturas de la melodía utilizando el detector de alturas *Aubio* de Paul Brossier.<sup>50</sup> El detector tiene una variedad de algoritmos de detección, todos diseñados para extraer automáticamente las alturas de una grabación sonora cualquiera. Para este análisis utilizamos el algoritmo “YIN con FFT” con 2048 muestras para el cálculo de cada altura y 512 muestras de separación entre cada cálculo, de lo que resultan 86.1228 alturas calculadas por segundo a una frecuencia de muestreo de 44,100Hz. Para incrementar la precisión del cálculo de las alturas, eliminamos todos los silencios de la grabación y filtramos las frecuencias altas para reducir el ruido propio de las consonantes. Las alturas extraídas por el sistema *Aubio* se muestran gráficamente en la FIGURA 3.

▀ EJEMPLO SONORO RESÍNTESIS *BERCEUSE* ANEXO A ESTE TEXTO PRESENTA UNA RE-SÍNTESIS SINUSOIDAL DE LAS ALTURAS EXTRAÍDAS. COMPARANDO LA RE-SÍNTESIS CON LA GRABACIÓN ORIGINAL PODEMOS VERIFICAR AUDITIVAMENTE LA EXACTITUD DEL CÁLCULO.

Una vez obtenidas las alturas, utilizamos el *algoritmo de racimos de k-medias*<sup>51</sup> para dividir las en seis grupos. Cada grupo corresponderá a una de las seis categorías de alturas percibidas en el arrullo. Para mejorar los resultados del

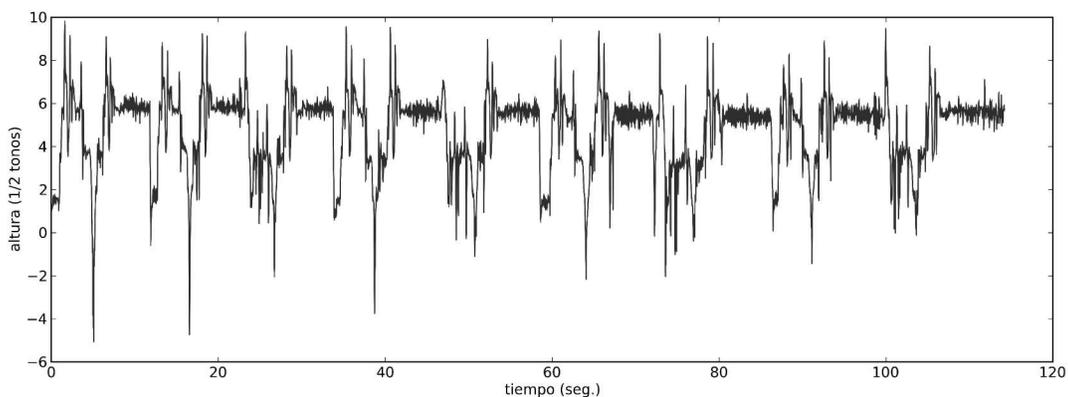


FIGURA 3. ALTURAS EXTRAÍDAS DE LA *BERCEUSE*. LOS VALORES ESTÁN DADOS EN SEMITONOS. 0 ES DO CENTRAL.

<sup>50</sup> Brossier, “Aubio: Audio Labeling Library”, [www.aubio.org](http://www.aubio.org).

<sup>51</sup> El algoritmo de racimos de *k-medias* tiene la función de agrupar  $n$  objetos en  $k$  grupos ( $k < n$ ) definidos a partir de las  $k$  particiones que minimizan la varianza estadística al interior de cada grupo; es decir que minimizan la dispersión en torno a la media aritmética de los  $n$  objetos.

<sup>49</sup> Aïchi, “Berceuse”, *Chants de l'Aurès*, Audivis, 1990.

agrupamiento automático, alimentamos al algoritmo con valores que se aproximan a las alturas que percibimos en nuestra audición. Los valores dados fueron: 0.5, 1.5, 3.5, 5.5, 6.5, 8.5.<sup>52</sup> La TABLA 1 muestra los rangos de alturas calculados por el algoritmo de *k-medias* para cada nota.

Nota	Mínimo	Máximo
N <sub>1</sub>	-4.9666	0.4908
N <sub>2</sub>	0.4944	2.5849
N <sub>3</sub>	2.5863	4.5507
N <sub>4</sub>	4.5565	6.0190
N <sub>5</sub>	6.0197	7.3884
N <sub>6</sub>	7.3963	9.7324

TABLA 1: RANGOS DE LOS GRUPOS DE ALTURAS OBTENIDOS CON EL ALGORITMO DE RACIMOS DE *k-MEDIAS*.

Concluimos este pequeño análisis con la definición y estimación final de cada nota. Modificamos aquí nuestra definición original de *nota rango* para hacer de ella un objeto más flexible e informativo. En lugar de definir la nota como un rango, la definimos ahora como una variable aleatoria. Esto nos permite conservar la información estadística de los grupos de alturas obtenidos previamente. También generalizamos la concepción que Aristoxeno tiene del género permitiendo que las notas se superpongan en lugar de limitarlas a cotas rígidas bien definidas e impermeables.<sup>53</sup> Por su predominio y simplicidad, definimos aquí cada nota como una variable aleatoria con distribución de probabilidad normal.<sup>54</sup>

$$f_N(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right)$$

<sup>52</sup> Estos valores corresponden a una escala mayor con temperamento igual construida a partir de un Do tres cuartos de tono alto con base LA 440. Los valores son sólo conjeturas iniciales que no necesariamente corresponderán con las medias de los grupos calculados por el algoritmo de *k-medias*.

<sup>53</sup> De aquí estamos a tan sólo un paso de la lógica difusa aplicada a las escalas musicales. Dado el vínculo directo de la materia con la percepción no será difícil establecer también una conexión con las teorías de medición psicofísica (Marks, Lawrence y Gescheider, George, "Psychophysical Scaling", *Steven's Handbook of Experimental Psychology (Vol 4)*, 2004, 9-138.)

<sup>54</sup> La distribución normal puede definirse completamente con sólo dos parámetros: la media  $\mu$  y la varianza  $\sigma^2$ .

donde  $x$  corresponde a las alturas,  $\mu$  a la media del conjunto de alturas, y  $\sigma^2$  a la varianza. Expresamos entonces la distribución de cada una de las seis notas –ahora variables aleatorias– como una distribución normal:

$$N_i \sim N(\mu_i, \sigma_i^2), \text{ para } i \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

Finalmente, calculamos la media y la varianza de cada grupo de alturas para obtener los parámetros que definen cada nota.<sup>55</sup> La escala de la *Berceuse*, según hemos derivado aquí, es entonces:

$$S = (N(-0.74, 1.57), N(1.58, 0.21), N(3.56, 0.16), N(5.54, 0.08), N(6.50, 0.12), N(8.29, 0.32))$$

La Figura 4 muestra la definición final de las notas del arullo y sus distribuciones de probabilidad. (VER AL FINAL FIGURA 4).

Hemos presentado aquí, *grosso modo*, un análisis que nos ha servido de prueba de concepto de la utilidad de la nota aristoxénica entendida como potencial de alturas. Hay muchas formas en las que podemos refinar y extender este tipo de modelo. La memoria musical ha sido ignorada en este análisis y las alturas transitorias han pasado a formar parte de las notas calculadas. La noción de nota como potencial de alturas puede extenderse para incluir el tiempo y la memoria en nuestro modelo. Dejamos estas exploraciones para otro momento pues quedan fuera del alcance de este texto.

## Conclusiones

Parece curioso que ningún teórico posterior a Aristoxeno encontró particular interés en su concepción de los géneros como escalas de rangos de alturas. En lugar de esto, cuestionaron la exactitud de sus demostraciones y su cálculo de las magnitudes de intervalos. Quizás su definición de los géneros como rangos fue vista como una falta de precisión de su parte más que como un nuevo modelo. El debate pudo expresarse a través de interrogaciones tan distintas como las siguientes: ¿por qué conformarse con aproximaciones cuando podemos encontrar definiciones numéricas exactas? Por otro lado, ¿por qué tratar de encontrar magnitudes exactas cuando existe una infinidad de proporciones que no pueden ser diferenciadas por el oído –por ejemplo, 3:4, 3000:4001, 30000:40001, etc– y cuando el universo de la música está lleno de ejemplos de una variedad de afinaciones y escalas que pueden agruparse en una sola categoría dada su afinidad para la percepción? ¿Pero por qué confiar las mediciones al

<sup>55</sup> Esto está justificado porque el estimado de máxima verosimilitud de la media de la población es la media de la muestra, y el estimado de máxima verosimilitud de la varianza de la población es la varianza de la muestra. (Duda et al., *Pattern Classification*, 2001, p. 167.)

oído humano cuando sabemos que es impreciso? Si el debate era de esta índole, entonces cabía preguntar si la música requería estudiarse desde el punto de vista físico-matemático, como lo hacían los pitagóricos, o si debía aceptarse un nuevo modelo, más subjetivo y próximo a la psicología contemporánea. Quizás el modelo pitagórico de escalas como conjunto ordenado de proporciones estaba demasiado arraigado, o quizá resultaba más práctico y sencillo. Otro factor pudo haber sido el modelo de música en sí. En términos generales, la música occidental hasta hoy ha estado basada en un modelo de alturas puras y precisas.

Esto se afirma en las preocupaciones de los teóricos de música y acústica a lo largo de la historia, desde Pitágoras hasta Helmholtz<sup>56</sup> e incluso Partch.<sup>57</sup> Así las cosas, parece claro que el modelo aristoxénico de la escala como conjunto de rangos de alturas no es el más compatible con la tradición musical occidental. De cualquier manera, la concepción musical de Aristoxeno aún hoy parece moderna. La idea de los géneros como conjuntos de notas con rangos de alturas nos ofrece una alternativa para el análisis y la generación musical lo suficientemente general y robusta para ser de utilidad.

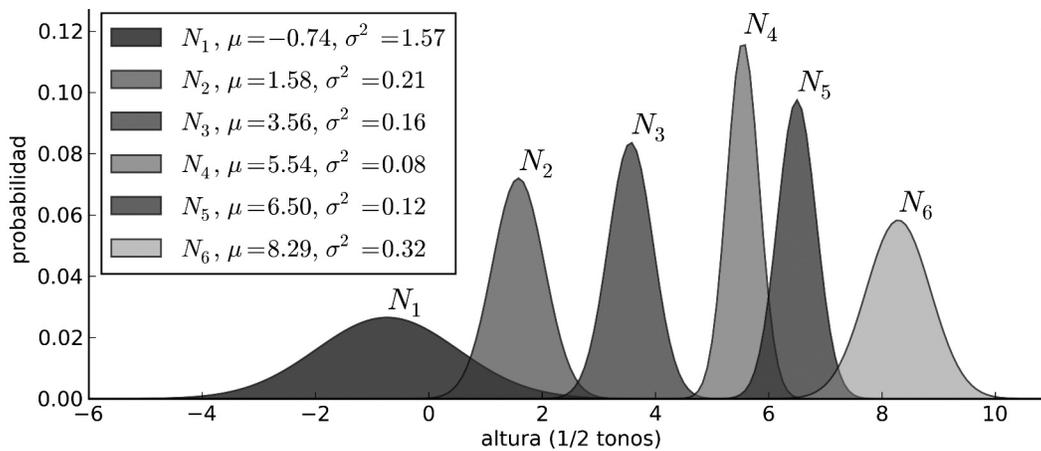


FIGURA 4: LAS DISTRIBUCIONES DE PROBABILIDAD DE LAS SEIS NOTAS DEL ARRULLO DEFINIDAS COMO VARIABLES ALEATORIAS. EL EJE HORIZONTAL REPRESENTA LAS ALTURAS EN INTERVALOS DE  $\frac{1}{2}$  TONO; EL EJE VERTICAL REPRESENTA LA PROBABILIDAD DE CADA ALTURA PARA CADA UNA DE LAS SEIS NOTAS.

<sup>56</sup> Conti, "La entonación justa en la acústica de Helmholtz", *Perspectiva Interdisciplinaria de Música*, 1 (1) Sept. 2006, pp. 7-18.

<sup>57</sup> Partch, *Genesis of a Music*, 1974.

## Bibliografía

Barbera, André, "Arithmetic and Geometric Divisions of the Tetrachord", *Journal of Music Theory*, 21(2), EE. UU., 1977, pp. 294-323.

Barker, Andrew, *Greek Musical Writings: Harmonic and Acoustic Theory*, Vol. 2, Reino Unido: Cambridge University Press, 2004.

Conti, Luca, "La entonación justa en la acústica de Helmholtz", *Perspectiva Interdisciplinaria de Música*, Vol.1, No. 1, México, 2006, 7-18.

Duda, Richard; Hart, Peter; Stork, David, *Pattern Classification*, EE.UU. y Canadá: John Wiley & Sons, 2001.

Litchfield, Malcom, "Aristoxenus and Empiricism: A Reevaluation based on his Theories", *Journal of Music Theory*, Vol. 32, No. 1, EE.UU., 1988, 5-73.

Macran, Henry, *The Harmonics of Aristoxenus*, Oxford: Clarendon Press, 1902.

Marks, Lawrence; Gescheider, George, "Psychophysical Scaling", *Steven's Handbook of Experimental Psychology*, Vol. 4, John Wiley & Sons, Inc., 2004, 91-138.

Mathiesen, Thomas, *Apollo's Lyre: Greek Music and Music Theory in Antiquity and the Middle Ages*, EE.UU.: University of Nebraska Press, 1999.

Partch, Harry, *Genesis of a Music*, EE.UU.: Da Capo, 1974.

## Fuentes en internet

Aristóteles, *Metafísica*, traducción de Patricio de Azcárate, Madrid: Medina y Navarro Editores, 1875.  
<http://www.filosofia.org/cla/ari/azc10.htm>

Aristóteles, *Segundos Analíticos*, traducción al inglés de G. R. G. Mure.  
<http://classics.mit.edu/Aristotle/posterior.html>

Brossier, Paul, "Aubio: Audio labeling library".  
<http://aubio.org/doc/index.html>

Monzo, Joe, "The Measurement of Aristoxenus's Divisions of the Tetrachord", 1999.

<http://tonalsoft.com/monzo/aristoxenus/318tet.htm>

## Discografía

Aïchi, Houria, *Chants de l'Aurès*, CD Audivis, 1990, B0006U6PXX.